



Windisch Andor, Ph.D., c. egy. tanár

DOI: 10.32969/VB.2018.1.1

*A szerkezeti betonnak négy összetevője van: beton, vasalás, repedés, tapadás. A méretezési modellnek a valóságos anyagtörvények számításba vételével egyensúlyi-, összeférhetőségi- és kinematikai egyenleteket kell kielégítenie. A szerkezeti elemek viselkedését nem rácsos tartóként, hanem egy repedt kontinuumként írjuk le. A tönkremenetel általában egy kritikus keresztmetszet mentén következik be, ami egy hajlítási-nyírási repedésből és egy ahhoz csatlakozó, a beton nyomott övében kialakuló suvadási felületből áll. A diszkrét, az irányát nem változtató nyírási repedések között a betonfeszültséget is ellenőrizni kell. A hajlításra, nyíráásra és csavarásra vonatkozó méretezést egységesen, azonos modellen kell végrehajtani. A „nyírási” és „csavarás” a globális derékszögű koordinátarendszerhez való ragaszkodásunk „eredményei”. A szerkezeti beton nem ismeri ezeket. A beton főfeszültségekre és főalakváltozásokra megy tönkre. Megmutatjuk, hogy a „nyírási” és „csavarás” ferde vasalási méretezési feladatokra vezethetők vissza. A nem trajektória irányú (ferde) acélbetétek hatékonysági tényezőjének számításba vételével a méretezés egységes alapon hajtható végre. Három példán mutatjuk be a módszer gyakorlati alkalmazhatóságát.*

**Kulcsszavak:** méretezés, kritikus keresztmetszet, ferde vasalás, hatékonysági tényező, kiharapott tartóvég, nyíló keretsarok, tiszta csavarás

## 1. HELYZETISMERTETÉS

A szerkezeti betonnak négy összetevője van: beton, vasalás, repedés, tapadás. Csak az a méretezési modell lehet helyes, amely ezeket fizikailag helyesen veszi figyelembe. Modellek, amelyek derékszögű hálóval, a tartó tengelyére merőleges keresztmetszetekkel, széntként repedésekkel és esetenként levezetett anyagtörvényekkel operálnak, nem adhatnak helyes eredményt.

A mai nemzetközi- és nemzeti gyakorlatban alkalmazott, hajlításra, nyíráásra és csavarásra való méretezésre vonatkozó különböző modelleket általánosan ismertnek tételezzük fel, így itt nem sorolunk fel feleslegesen számtalan irodalmat. Windisch (2016) adott egy rövid áttekintést és értékelést.

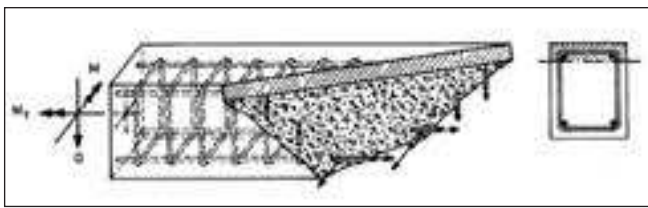
Az aktuális helyzet jellemzésére megemlítjük, hogy a Model Code-okban a csavarásra vonatkozóan 40 év óta ugyanaz a két oldalnyi előírás szerepel!

## 2. ALAPGONDOLATOK

Az egységes méretezési modell alap gondolatait tézisekbe foglalva ismertetjük.

- 1) A szerkezeti beton négy összetevője: beton, vasalás, repedés, tapadás.
- 2) A méretezési modellnek a valóságos anyagtörvények számításba vételével egyensúlyi-, összeférhetőségi- és kinematikai egyenleteket kell kielégítenie.
- 3) A szerkezeti elemek viselkedését egy repedt kontinuumként írjuk le.
- 4) A korábbi felfogással (hajlítás = övek, nyírási = gerinc) ellentétben a hajlításra, nyírási és csavarásra vonatkozó méretezést egységesen, azonos modellen kell végrehajtani. Ennek értelmében a nyírási teherbírást nem egy képzel magasságú (z) gerincben fellépő nyírófeszültségek összegeként értelmezzük.

- 5) A tönkremenetel általában egy kritikus keresztmetszet mentén következik be, ami egy hajlítási-nyírási repedésből és egy ahhoz csatlakozó, a beton nyomott övében kialakuló suvadási felületből áll.
- 6) A diszkrét, az irányát nem változtató nyírási repedések között a betonfeszültséget is ellenőrizni kell.
- 7) A „nyírási” és a „csavarás” a globális derékszögű koordinátarendszerhez való ragaszkodásunk „eredményei”. A szerkezeti beton nem ismeri ezeket.
- 8) A beton főfeszültségekre és főalakváltozásokra megy tönkre.
- 9) A méretezendő jellegzetes keresztmetszet alakja a szerkezeti elem helyi alakjától és az ott ható igénybevételektől függ.
- 10) Állandó keresztmetszeti magasságú, tiszta hajlításra igénybevett tartószakaszon a jellegzetes keresztmetszet a tartó tengelyére merőleges hajlítási repedésből és a repedéscsúchoz csatlakozó egyik vagy mindkét irányba kialakuló suvadási felületből áll.
- 11) Hajlításra és nyírási igénybevett tartószakaszon a jellegzetes keresztmetszet egy hajlítási-nyírási repedésből és egy ahhoz csatlakozó, a beton nyomott övében kialakuló suvadási felületből áll.
- 12) Ugrásszerűen változó magasságú tartószakasz (pl. kiharapott tartóvég, nyíló keretsarok) esetén a húzott sarokból kiinduló hajlítási repedés nem merőleges a tartó tengelyére. Az itt kialakuló hajlítási repedés iránya rugalmas számítási modellel kiszámítható.
- 13) Csavarónyomatékkal is terhelt gerenda-tartószakasz esetén a jellegzetes keresztmetszet alakja egy torzfelület (1. ábra), amely a tartószakasz húzott oldalain kialakuló (nem összefüggő/folyamatos) húzási repedésekből és az ezeket a nyomott oldalon összekötő suvadási felületből áll. Az 1. ábra a csavarásra is igénybevett gerenda esetére Lessig (Gvozgyev et al. (1963)) által javasolt torz jellegzetes keresztmetszetet mutatja.



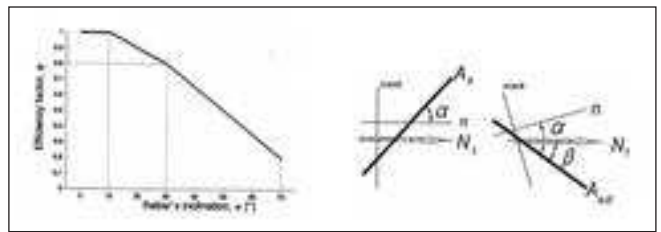
1. ábra: A Lessig (Gvozgyev et al. (1963)) által javasolt torz jellegzetes keresztmetszet

- 14) Tiszta hajlításra igénybevett tartószakaszon az első hajlítási-húzási repedés abban a keresztmetszetben alakul ki, ahol a szélső szál környezetében legkisebb a hajlító-húzószilárdság.
- 15) Hajlításra és nyírásra igénybevett tartószakaszokon derékszögű, vagy a nyomott öv felé növekvő szélességű keresztmetszet esetén először a jellegzetes keresztmetszet alkotó húzott repedés, majd az ennek folytatását képező nyírási repedés alakul ki. A jellegzetes keresztmetszet ott alakul ki, ahol a helyi, hajlításból származó húzófeszültség eléri a beton helyi hajlító-húzószilárdságát.
- 16) I-keresztmetszetű szerkezeti elemek nyírásra is igénybevett tartószakaszain a jellegzetes keresztmetszetet alkotó nyírási repedés a „hozzátartozó” hajlítási repedés kialakulása nélkül is felléphet ott, ahol a ferde főhúzófeszültség először eléri, majd meghaladja a beton lokális húzószilárdságát.
- 17) A beton megrepedéséig a szerkezeti elem betonjának lineárisan rugalmas viselkedése feltételezhető. Az acélbetét azonosan alakváltozik az azt körülvevő betonnal (I. feszültségi állapot).
- 18) A beton megrepedésekor a beton a repedés két oldalán húzásra tehermentesül. Ha a repedést nem keresztezi az annak két oldalán megfelelően lehorgonyzott és megfelelő mennyiségű acélbetét, akkor a szerkezeti elem tönkremegy, illetve statikailag határozatlan szerkezetek esetén, ahol az igénybevételek képlékeny átrendeződése lehetséges, az elem ezen tartománya képlékeny csuklóként viselkedik.
- 19) A méretezés folyamata éppen az, hogy a szerkezeti elem tengelye mentén az összes jellegzetes keresztmetszet teherbírását ellenőrizzük.
- 20) Egyszerűen belátható, hogy mely és hány jellegzetes keresztmetszetet kell vizsgálnunk.
- 21) A vasalás mennyiségét mind teherbírási-, mind használati határállapotban igazoljuk.
- 22) A méretezéskor/ellenőrzéskor számításba kell venni a ferde vasalás  $\psi \leq 1$  hatékonysági tényezőjét. Ismeretes, hogy a trajektóriairányú (azaz a repedésekre merőleges) acélbetétek hatékonyabbak, mint a ferdén keresztezők. Windisch (2000) bevezette a hatékonysági tényezőt  $\psi$ . Az egyensúlyi követelményen túl a keresztezett repedés tágasságának azonosnak kell maradnia a vasalás ferdeségétől függetlenül (összeférhetőségi feltétel). A számításoknál a szabványokban megadott tapadási feszültség-lokális elmozdulás függvényt vette számításba.

A 2. ábrán látható jelölések felhasználásával

$$A_{s\alpha} = N_1 / (\Psi_\alpha \cdot \sigma_{s0} \cdot \cos\alpha)$$

- 23) A nyírási teherbírás vizsgálatánál (valamint a vonatkozó kísérleti eredmények kiértékelésénél) csak azokat a nyírási vasalási elemeket szabad számításba venni, amelyek a nyírási repedés mindkét oldalán megfelelően le vannak horgonyozva. Tulajdonképpen azt is figyelembe



2. ábra: a) A ferde acélbetétek  $\psi$  hatékonysági tényezője (Windisch (2000)), b) Jelölések

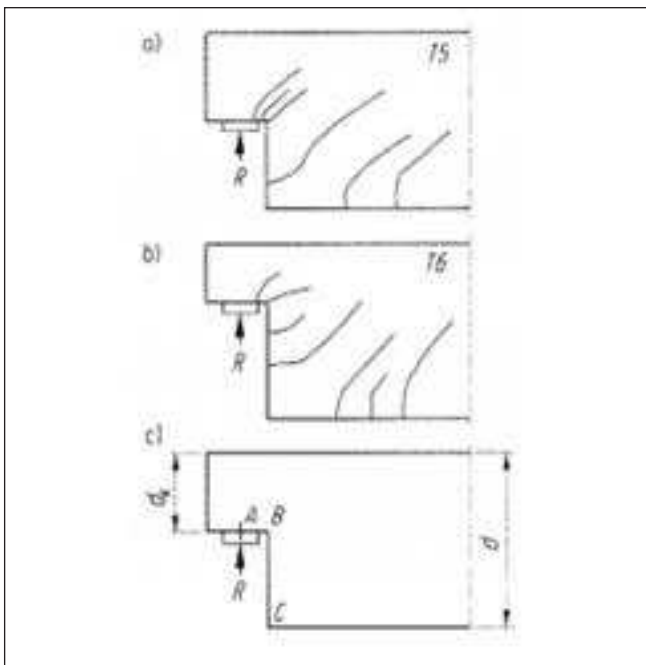
kell (kellene) venni, hogy a nyírási repedést a csúcsa közelében keresztező nyírási acélbetétek töréskor –az összeférhetőségi feltételből következően– nem folynak meg.

- 24) A nyírási teherbírásban az adaléksúrlódásnak nincs szerepe. A “nyírási” repedés is egy “húzási” repedés, tehát felléptekor a repedés két partja a repedés irányára merőlegesen távolodik el egymástól, tehát nincs lehetőség az adaléksúrlódás aktiválására.
- 25) A nyírási teherbírás “betonrésze” a nyomott betonöv teherbírásának a szerkezeti elem tengelyére merőleges összetevője. Egyszerűen belátható, hogy a beton nyomott öv tönkremenetelét jellemző suvadási felület mentén kialakuló belső erők eredőjének a szerkezeti elem tengelyével párhuzamos összetevője a beton nyomóerő, a tengelyre merőleges összetevője a nyírási teherbírás “betonrésze”.
- 26) A szerkezeti elem gerincének a nyírási teherbírásban a következő szerepe van: a ferde nyomóerők felvétele, a nyírási vasalás lehorgonyozása, nyúlásának és ezzel a nyírási repedés túlzott megnyílásának korlátozása.
- 27) A gerinc ferde nyomásra való szokásos méretezésénél az eddigiekben erős redukciónak alkalmazták. Ennek oka, hogy a gerinc tönkremeneteli folyamatát helytelenül értelmezték. A kengyelek rendszeren ferde szögben keresztezik a nyírási repedést, ezért ezek a terhelés és a repedéstágasság növekedésével a “kinking” miatt már a teherbírás elérése előtt lerepeszthetik a betonfedést: a gerinc hatékony szélessége csökken, a csökkent szélesség a prizmaszilárdság elérésével megy tönkre. Ha az eredeti gerincszélességgel számolunk, akkor a számításba vehető beton nyomószilárdságot kell csökkenteni: ez szilárdságtanilag helytelen számítási művelet. Az érvényes szabványok szerint a hatékony gerincszélesség meghatározásánál a kiinjektált gégecsövek által okozott gyengítést –helyesen– számításba kell venni. Itt utalnunk kell még arra, hogy a nyírási vasalás hasonló “gyengítést” jelent a tartógerincben, mint a gégecsövek. Ezért –tulajdonképpen– ezek gerincszélesség csökkentő hatását is a megfelelő helyen és formában számításba kellene venni.
- 28) A gerinc nem modellezhető egy nyírásra igénybevett tárcsaként, mert az az övekhez való csatlakozásánál azokkal nem összeférhető.
- 29) A vasbeton lemez nem modellezhető szendvicsként.
- 30) A tiszta hajlításra igénybevett keresztmetszet tönkremenetele a következőképpen folyik le: a húzott betonöv megrepedése pillanatában nincs egyensúly (a szerkezeti elem elmozdulása kontrollálatlan) ezután a hajlítási repedés oly mértékben nyílik meg, hogy a hajlítási acélbetétben fellépő húzóerő biztosítsa az egyensúlyt. A terhelés növelésével nő a hajlítási repedés tágassága, míg az acélbetétekben újra elegendően nagy húzóerő lépett fel. Könnyen belátható, hogy minél nagyobb átmérőjű acélbetétekkel vesszük fel a húzóerőt, annál nagyobb lesz a hajlítási repedés tágassága. Nagyobb tágasságú repedés “hosszabb”. Ha a vizsgált keresztmetszetben az acélbetétek megfolynak (és nem

- felkeményedő betonacélfaját tekintünk), akkor a hajlítási repedések további megnyílását és ezzel együtt hosszuk növekedését semmi nem korlátozza: a hajlítási repedés egyre inkább “befűzi” a nyomott övet, majd az a suvadási felület(ek) kialakulásával tönkremegy. Windisch (1988) megmutatta, hogy konzoloknál és nyíló keretsarkoknál  $\xi \approx 0,2$  érték felett a számított nyomatéki teherbírás nagyobb, mint a kísérlettel elérhető: a számítási modellünk –még ezekben az egyszerű esetekben is- a biztonság kárára téved!
- 31) A hajlítás-nyírásra igénybevett keresztmetszet tönkremenetele a következőképpen folyik le: a nyírási repedés (a hajlítási repedés folytatásaként, vagy attól függetlenül) kialakul, a gerinc betoneja a repedés két oldalán tehermentesül. A szerkezet addig nincs egyensúlyban, amíg a repedést keresztező acélbetétekben a repedéstágasság növekedésével kellő nagyságú húzóerő nem lépett fel. Ha valóban meg akarjuk érteni a “történést” és pontosan akarunk számolni/kísérleti eredményeket kiértékelni, akkor figyelembe kell vennünk a repedés kinetikáját: a repedés tágasságának változását a hossza mentén. A Mörsch-féle  $45^\circ$  meredekségű ferde repedést keresztező kengyelek egyszerű leszámolásával nem a nyírási vasalás tényleges teherbírását, legfeljebb annak felső korlátját határoztuk meg. A terhelés növelésével a nyírási repedés tágassága és ezzel a hossza is egyre nő és egyre jobban “befűzi” a nyomott övet. Fellép a nyomott övben a szakadási felület: a szerkezeti elem e jellegzetes keresztmetszet mentén tönkremegy.
  - 32) A legtöbb méretezési szabványban a nyírásra vasalatlan (és helyenként a vasalt) vasbeton keresztmetszet nyírási teherbírása nő a hajlítási betonacélmennyiség köbgyökével arányosan. Bogdándi et al. (2014) megmutatták, hogy a  $\sqrt[3]{\mu}$  függvény alakja jól közelíti a nyomott betonöv relatív magassága lefutásának alakját. Ez az összefüggés tehát a nyomott betonöv nyírási teherbírását “keni szét” a gerinc keresztmetszetében.
  - 33) Kísérletsorozatok (Leonhardt et al., 1962) tanúsítják: koncentrált erővel terhelt gerendák rendszeren a terhelési felületnek a támasz felőli oldalán mennek tönkre. Emlékeztetünk arra, hogy a hajlítási-nyírási repedés a beton húzószilárdságának helyi eloszlásától függően a terhelő erőtől különböző távolságban alakulhat ki. Ebből következően a szakadási felület alakja és ebből következően a nyomó- és nyírási teherbírása különböző lehet. Völgyi et al. (2014) megmutatták, hogy ebből adódik az azonos kialakítású gerendákon végzett nyírási kísérletek törőerőinek ismert szórása.
  - 34) A nyomott övben kialakuló suvadási felület lehetséges térbeli alakja alapján egyszerűen megmagyarázható az I- és T-keresztmetszetek hajlítási és nyírási teherbírásának a fejlemez szélességétől és magasságától való függése: minél vastagabb a fejlemez, annál szélesebb lesz a suvadási felület a gerenda felső felületén. Ennek megfelelően nő a “beton”-rész és vele a belső erő karja is.
  - 35) A nyírt tartószakaszokra a szabványok által előírt húzóerőábra “eltolás” a jellegzetes keresztmetszet alakjából következik: az “összertartozó” húzó- és nyomóerők egy ferde metszet mentén vannak egyensúlyban.
  - 36) Olyan tartószakaszokon, ahol a belső húzó- és/vagy nyomóerő folyamatosan vagy hirtelen irányt változtat, keresztirányban húzófeszültségek hatnak, melyeket esetleg vasalással kell felvenni.
  - 37) Csavarásra való méretezésnél az előbbi gondolatmenethez hasonlóan, csak három-dimenzióban kell eljárni (1. ábra).
  - 38) Az átszűrődés egy térbeli nyírási feladat. Windisch (2002) megmutatta, hogyan alkalmazhatóak a gerendákra vonatkozó nyírási modellek az átszűrődés esetében. Fontos különbségek: a jellegzetes átszűrődési felület egy térbeli alakzat, ezt figyelembe kell venni mind a hatékony hajlítási vasmennyiség meghatározása, mind a nyomott öv szélessége meghatározásánál. A suvadási felület szélessége az oszlophoz közelítve csökken.
  - 39) A méretezés menete hasonló, mint amikor egy halastavat lehalásznak: a szerkezeti elemen végigvezetjük a szakaszonként változó alakú jellegzetes keresztmetszetet, és biztosítjuk a külső- és belső erők egyensúlyát. Így semmilyen teher/igénybevétel nem “veszhet el”.
  - 40) A repedéstágasságot használati határállapotban ellenőrizni és korlátozni kell. A szabványok a 95%-os alulmaradási valószínűséghez tartozó repedéstágasság korlátozását írják elő. Windisch (2016, 2017) megmutatta, hogy a primer és szekunder repedéseket külön kell kezelni. A szekunder repedések az ún. Goto-repedések, amelyek “kifutnak” a beton felületre. Szerepük a beton és acél különböző nyúlóképessége közötti összeférhetlenség feloldása. Lágyítják a betonacél és beton közötti tapadást. Szélességük nem befolyásolja a szomszédos primer repedés tágasságának fejlődését. Ezért az adatbankokban a primer- és szekunder repedéseket külön kell kezelni. A 95%-os alulmaradási valószínűséghez tartozó repedéstágasságot Windisch közvetlenül határozta meg. Megmutatta a repedéstágasság betonfedés menti, valamint felületszerkezetekben (lemez, héj) két acélbetét közötti változása meghatározásának módját.
  - 41) A lehajlások ellenőrzésével itt nem foglalkozunk. A számítási modellek pontosságát nagyban befolyásolja a beton húzószilárdságának és rugalmassági modulusának szórása szerkezeti elemenként és azon belül.
  - 42) Feszített szerkezeti elemek azonos elvek szerint méretezhetőek/ellenőrizhetőek. A nyírási repedések meredekségének meghatározásánál a következőket kell figyelembe venni: A feszítőerő hatása a repedésmentes állapotban számítással egyszerűen követhető. Ne felejtjük el: a főfeszültség iránya a semleges tengelyben mindig  $45^\circ$  (a függőleges feszültségeket általában elhanyagoljuk). A feszítőerő a semleges tengelyt “lefelé” (a legjobban nyomott száltól elfelé) nyomja. A semleges tengely felett a trajektóriák laposabbak (a nem feszített szerkezetekben is). Ne feledjük: a trajektóriáknak nincs “fluxus-karaktere”, azaz a trajektóriák mentén semi nem “folyik”. A legtöbb trajektória a szerkezeti elem tehermentes felületéről indul. Ezért nincs értelme olyan kijelentéseknek, hogy a “nyomott vagy húzott trajektóriákat nyomott vagy húzott rudakká (Strut-and-Tie Model) fogjuk össze.”
  - 43) Szerkezeti beton elemek a “leggyengébb” jellegzetes keresztmetszetük mentén mennek tönkre, ez a kritikus keresztmetszet. A méretezés célja ezt a kritikus keresztmetszetet megtalálni és azt megfelelően méretezni.
- A következőkben példákon mutatjuk be és igazoljuk az előzőekben bemutatott méretezési modell alkalmazhatóságát.

### 3. A KIHARAPOTT TARTÓVÉG

- A 3. ábrán bemutatott gerendavégeken látható repedések az alábbi osztályokba sorolhatóak (jelmagyarázat a 3.c) ábrán):
- A B sarokponttól balra, a C ponttól jobbra, valamint az állandó magasságú tartószakaszokon hajlítási-nyírási repedések lépnek fel;



3. ábra: Kiharapott tartóvégek jellegzetes repedéseképei, jelölések

- A B és C pontok közötti repedések is hajlítási-nyírási jellegűek, csak a hajlítási repedések a BC oldalra merülégesek;
- A B sarokpontban fellépő jellegzetes repedés kezdeti hajlítási része ferde a tartó hossztengetyére vonatkoztatva.

Steinle et al. (1975) kísérleteinek eredményei alapján már Leonhardt utalt arra, hogy a hajlítási repedés kezdeti meredeksége a  $d_v/d$  aránytól függ.

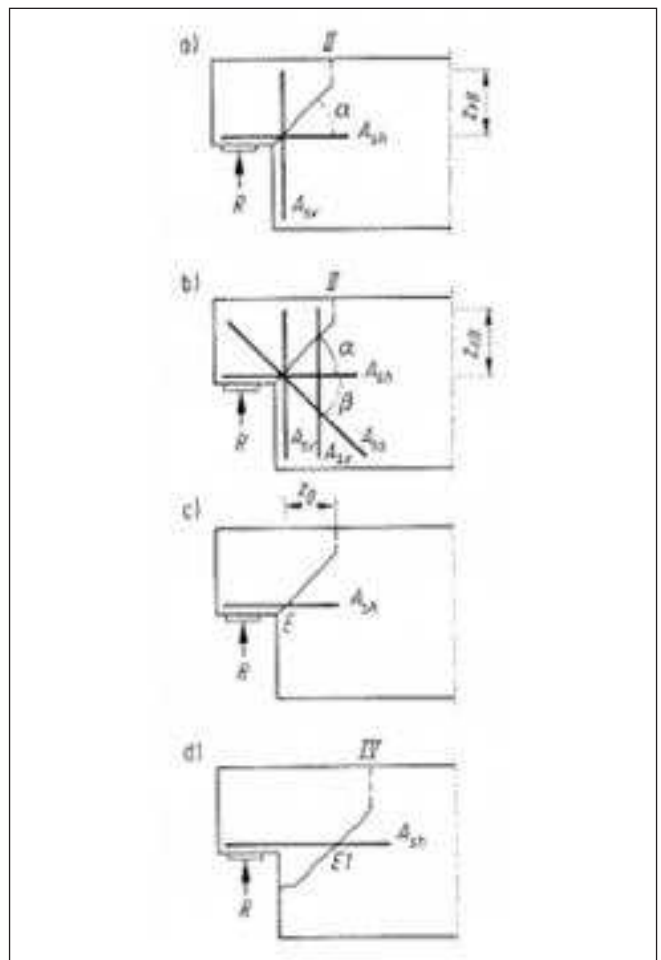
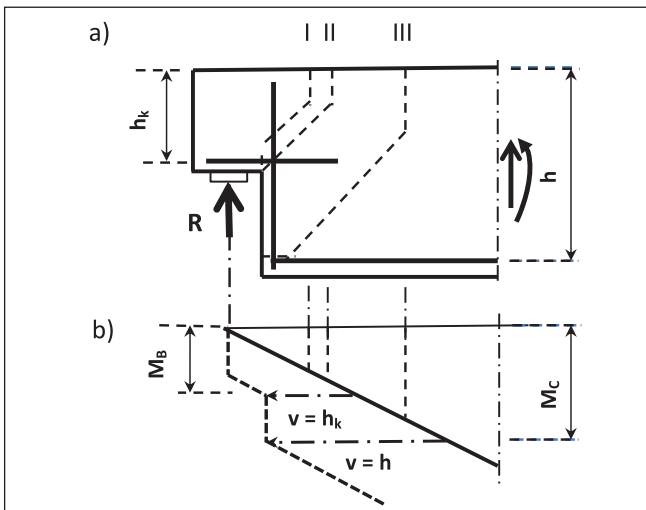
Lineárisan rugalmas véges elem számítások alapján a saroktörés hajlasi szöge a gyakorlat számára jó közelítéssel becsülhető a

$$\alpha = 90 \cdot d_v/d \quad [^\circ]$$

összefüggéssel.

A 4. ábrán bemutatott jellegzetes keresztmetszetek méretezésével meghatározható a szükséges vasalás mennyisége. Ezen jellegzetes keresztmetszetek alakja meghatározza azokat a hajlítónyomatékokat is, amelyekre a hajlítási vasalást méretezni kell. A vízszintes távolság a pont, ahol a repedés keresztjezi a húzott vasalást és a nyomott zóna között kiadja a nyomatéki ábra  $v$  eltolásának mértékét.

4. ábra: Jellegzetes keresztmetszetek és a számításba veendő nyomatékok



5. ábra: Jelölések

A II. jelű jellegzetes keresztmetszet méretezésénél a vízszintes acélbetétek ferde helyzetét a repedés irányához viszonyítva a megfelelő  $\psi$  hatékonysági tényezővel kell számításba venni. Az 5.a) ábra jelöléseit alkalmazva:

$$M_{II} = A_{sh,II} \cdot \psi_\alpha \cdot f_{sy} \cdot z_{kB} + A_{sv,II} \cdot \psi_{(90^\circ - \alpha)} \cdot f_{sy} \cdot z_{kB} \cdot ctg\alpha$$

Ha egy kiegészítő ferde acélbetétet ( $A_{ss}$ ) alkalmaznak, akkor esetenként figyelembe kell venni a  $\beta$  szögnek megfelelő  $\psi$  hatékonysági tényezőt is. Ennek megfelelően

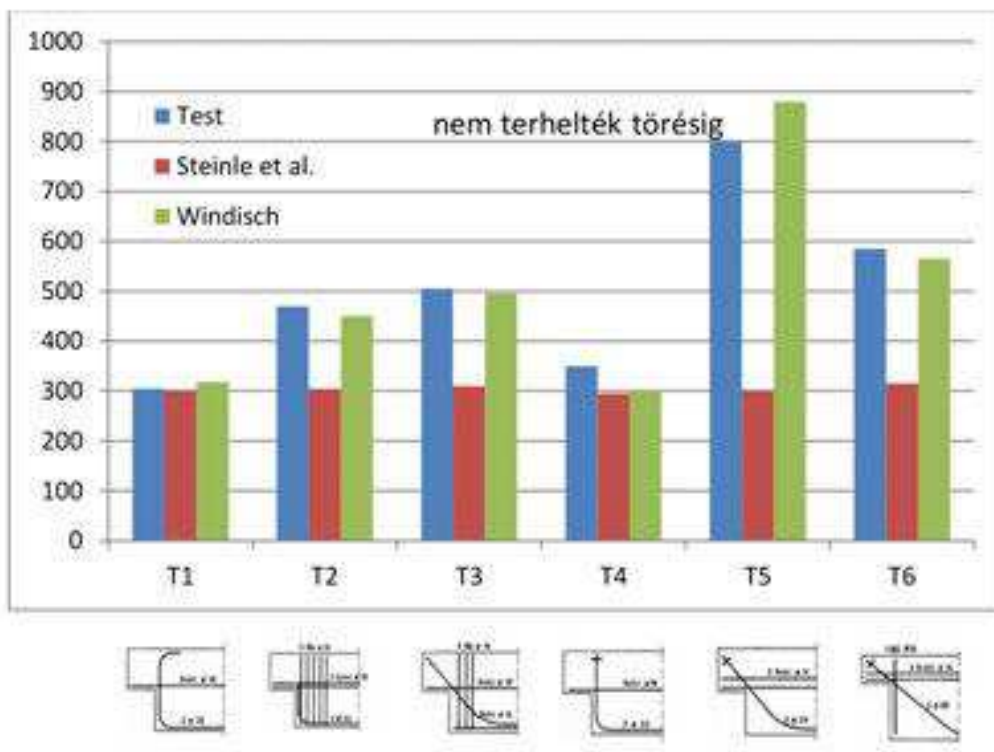
$$M_{II} = A_{sh,II} \cdot \psi_\alpha \cdot f_{sy} \cdot z_{kB} + A_{ss,II} \cdot \psi_\beta \cdot f_{sy} \cdot \cos\beta \cdot z_{kB} + A_{sv,II} \cdot \psi_{(90^\circ - \alpha)} \cdot f_{sy} \cdot z_{kB} \cdot ctg\alpha$$

A támasznál esetlegesen fellépő vízszintes reakcióerő minden további nélkül számításba vehető. A jellegzetes keresztmetszetek hajlítási méretezésénél figyelembe lehet venni a repedést keresztjező összes acélbetétet. A konzol vízszintes vasalása,  $A_{sh}$  nem lehet kevesebb, mint ami az I jelű jellegzetes keresztmetszet teherbírásához szükséges.

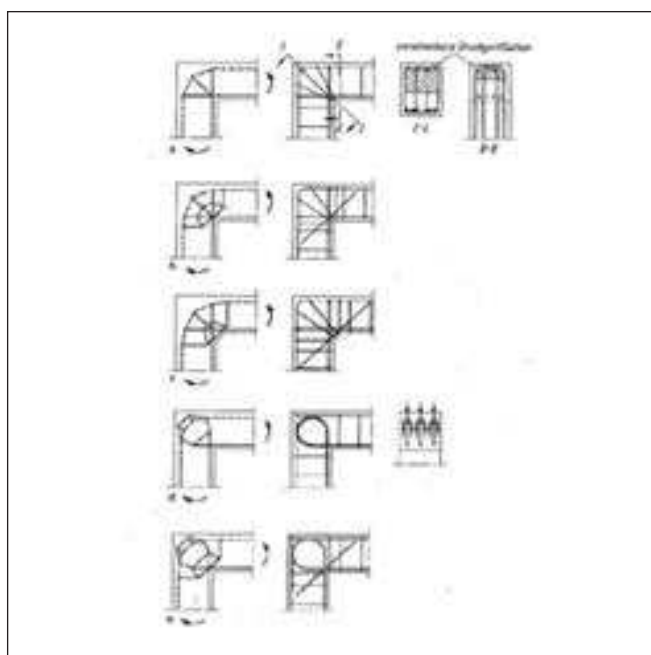
A különböző jellegzetes keresztmetszetek iránymutatást adnak arra vonatkozóan is, hogy mely pontoktól kell az egyes acélbetéteket lehorgonyozni. A 6. ábra a Steinle et al. (1975) által végrehajtott kísérletek és a Steinle, valamint Windisch által számított teherbírások eredményeit hasonlítja össze. Az eredmények a jellegzetes keresztmetszetek modelljének alkalmasságát bizonyítják.

## 4. NYÍLÓ KERETSAROK

A nyíló keretsarok nagyon tanulságos példa arra, hogy a saroktartománnyal szomszédos függőleges és vízszintes, vagy



6. ábra: Steinle et al. (1975) kísérleti eredményei és a Steinle, valamint Windisch által számított teherbírási összehasonlítása



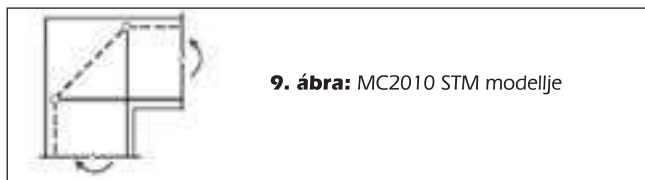
7. ábra: Nyíló keretsarok STM-modelljei (1984)

az átlós keresztmetszet szokásos méretezése a húzott sarokban elhelyezett kiegészítő ferde vasalás nélkül olyan sarkokra vezetett, amelyek teherbírása jelentősen elmaradt a számított értéktől. Ennek az az oka, hogy a keretsarokhoz csatlakozó rúdelemek nyomó- és húzóereje irányukat változtatják. A belső húzott keretsarokban a hajlítási repedést ferde irányban metszik mind az oszlop, mind a gerenda húzott acélbetétei, tehát csökkent hatékonyságúak.

A BetonKalender 1984-es kiadásában Schlaich et al. a 7. ábrán látható tíz STM-et közölték. A DIN 1045 30. ábrája (8. ábra)  $\mu \geq 0,4\%$  felett ferde acélbetétek elhelyezését írja elő, melyeknek a hossza éppen a kétszeres lehorgonyzási hossz. Ebből az következik, hogy a ferde acélbetétek hatékony hossza NULLA. (Egy tanszéki szemináriumon 1986-ban Stuttgartban a szerző javasolta Schlaichnak és munkatársainak, hogy ve-



8. ábra: DIN 1045 „30. ábrája”



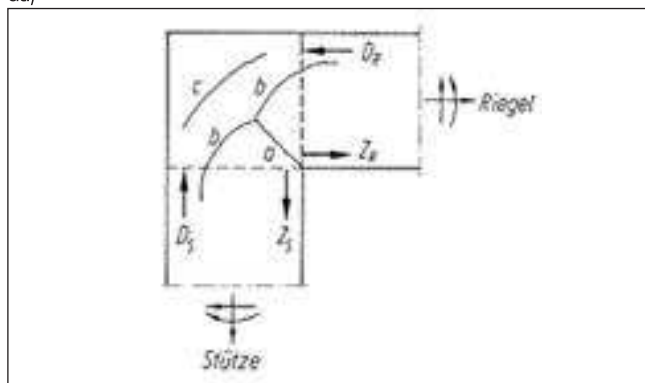
9. ábra: MC2010 STM modellje

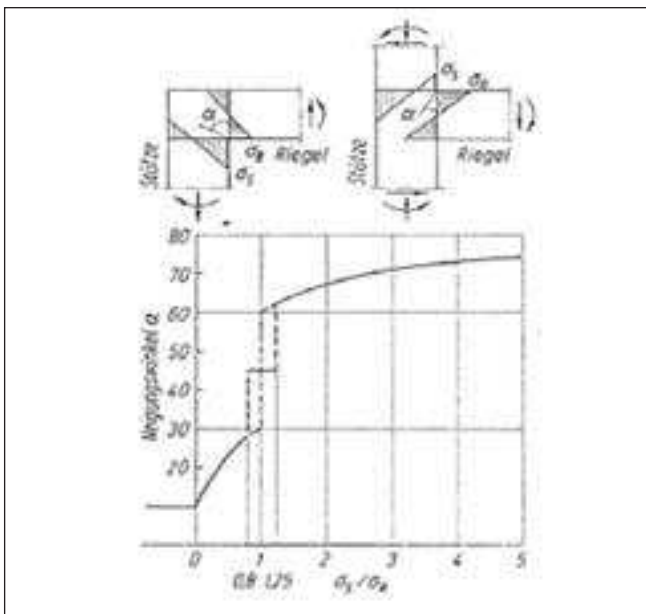
zessék be a zérus hosszúságú húzott rudat. Ez azonban ellentmondott az STM alapfeltevéseinek, így a javaslatot elvetették.)

A mai napig nem ismert egy használható Strut-and-Tie Model. Az MC2010 (2012) egyetlen STM-et közöl (9. ábra), amellyel még a ferde acélbetét alkalmazásának szükségességére sem utalnak.

A megfelelően méretezett és megvasalt keretsarokok kétféleképpen mehetnek tönkre (10. ábra):

10. ábra: Nyíló keretsarok, jelölések (Stütze = oszlop, Riegel = gerenda)





11. ábra: A sarokrepedés hajlásszöge

- Az  $a$  sarokrepedés fellépte után kialakul a keresztirányú repedés  $b$ , amely a sarokrepedéshez csatlakozik, a repedések vastagsága az elégtelen vasalás miatt túlságosan nagy, a  $b$  repedés beszűkíti a keretsarokhoz csatlakozó rudak nyomott zónáit: a sarok a számítottnál kisebb teherbírású.

- A nyomóerő irányváltozásából származó húzófeszültségek hatására egy keresztirányú repedés (repedés  $c$  a 10. ábrán) alakul ki a külső saroktartományban. Amennyiben ezen húzóerők felvételére nem alkalmaznak vasalást, a repedés befűzi a nyomott öveket: a sarok tönkremegy.

Különböző keresztmetszeti méretű és igénybevételű keretsarokkal végrehajtott lineárisan rugalmas véges elem számítások eredményei azt mutatták, hogy a sarokban fellépő első hajlító repedés iránya a sarokba csatlakozó oszlop, ill. gerenda szélső szál feszültségeinek  $\sigma_R$  ill.  $\sigma_S$  arányától függ (11. ábra).

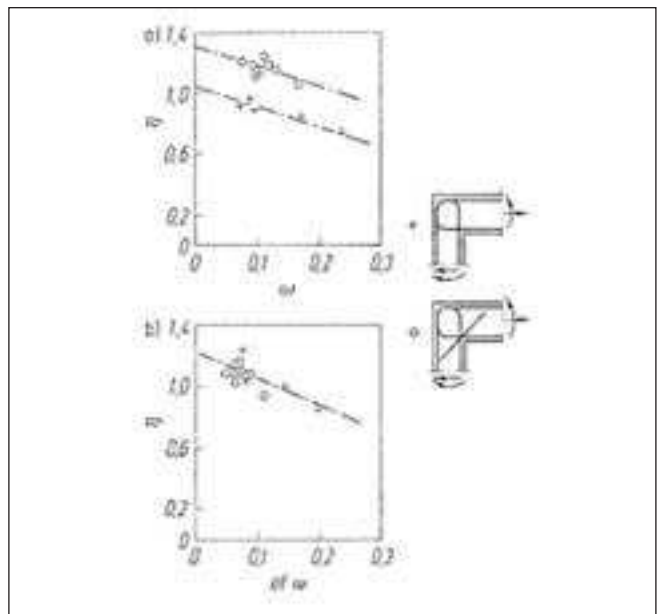
$$\alpha = 30^\circ - 20^\circ \left(1 - \sigma_S / \sigma_R\right)^{1.5} \quad \text{ha } \sigma_S / \sigma_R < 1.0$$

$$\alpha = 45^\circ \quad \text{ha } \sigma_S / \sigma_R = 1.0$$

$$\alpha = 60^\circ + 20^\circ \left(1 - 1 / (\sigma_S / \sigma_R)\right)^{1.5} \quad \text{ha } \sigma_S / \sigma_R > 1.0$$

A függvény lefutásában látható ugrások az alábbiak szerint magyarázhatóak: a sarokrepedés valójában a gerenda vagy az oszlop utolsó repedése. A keretsarokot lehet úgy igénybe venni, hogy a pozitív nyomatéktól függetlenül az oszlopvég belső szélén kis összenyomódás lép fel ( $\sigma_S / \sigma_R < 0$ ). Ebben az esetben ez az "első" repedés a belső sarokban  $\alpha < 10^\circ$  szöggel alakul ki. A  $\sigma_S / \sigma_R = 0,5$  feszültségarány esetén gyakorlatilag még mindig a gerenda az, amely először a belső sarokban megreped, de a dőlésszög nagyobb lesz ( $\sim 23^\circ$ ). Ez a repedés, mint ismert, mindkét oldalán tehermentesíti a húzott beton zónát, ezáltal alapvetően megváltoztatja a sarokban esetleg kialakuló másik repedés -amely az oszlop repedése lehetne- fellépésének körülményeit. A méretezésnél gyakorlatilag nem kell figyelembe venni a második sarokrepedés felléptének hatását.

A  $\sigma_S / \sigma_R \approx 1.0$  feszültségarány közelében a beton helyi szakítószilárdságának megoszlása az első sarokrepedés szempontjából a meghatározó. Az iránysszög gyakorlatilag bármilyen érték lehet  $30^\circ$  és  $60^\circ$  között. Ebben az esetben  $45^\circ$  mértékadó a keretsarokhoz csatlakozó keresztmetszetek kialakítása szempontjából. További részleteket lásd Windisch (1988).



12. ábra: Nilsson kísérleteinek kiértékelése a) Nilsson és b) Windisch szerint

A méretezési modell helyességének és alkalmazhatóságának igazolására a 12. ábrán ábrázoltuk két jellemző vasvezetésű keretsarokkal (ferde sarokvassal ill. anélkül) végzett kísérletek (Nilsson, 1973)

$$\eta = M_{\text{test}} / M_{\text{calc}}$$

arányait a mechanikai vasszázalék

$$\omega = \mu f_{sy} / f_c'$$

függvényében.

Feltűnő, hogy a két vasalási elrendezés két független pontcsoporthoz vezet. A 12. b) ábra mutatja a jelen cikkben bemutatott módszer szerint kiszámított  $\eta$  értékeket a vasalás hatékony mechanikai vasszázalékának

$$ef\omega = \frac{\mu_L \psi_L f_{syL} + \mu_S \psi_S f_{syS} \cos\beta - \frac{N}{b h}}{f_c'}$$

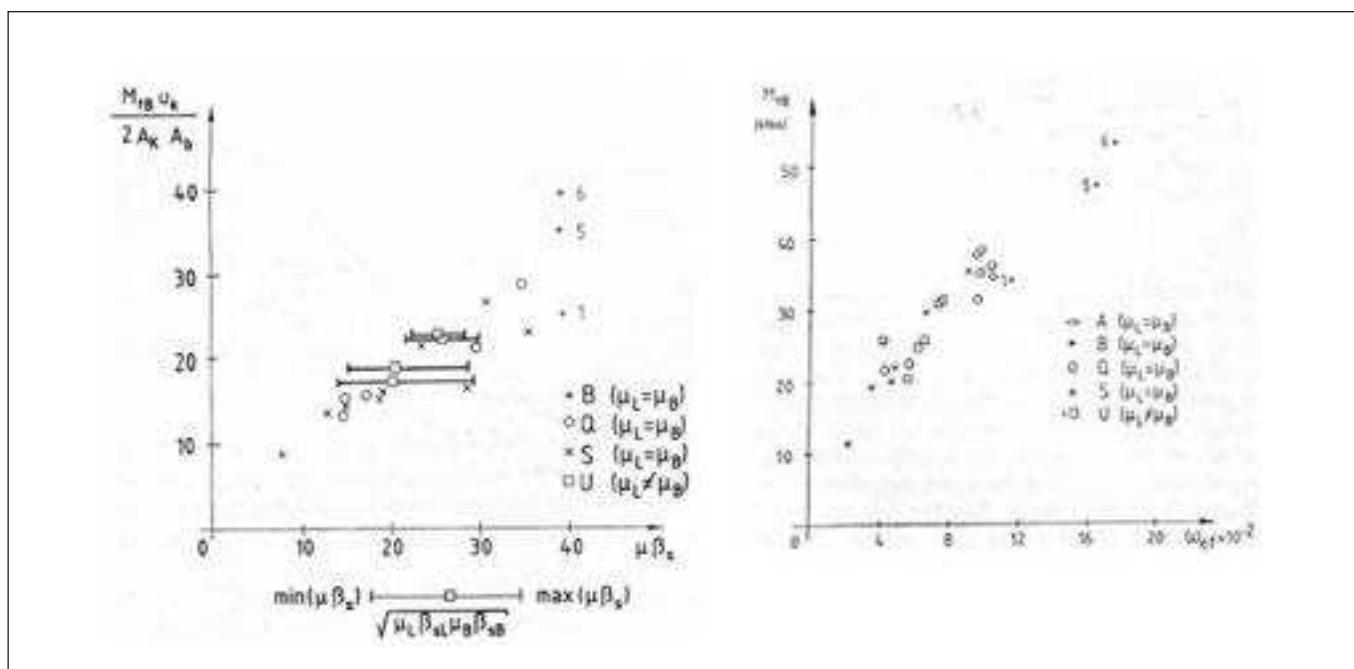
függvényében.

Érdeemes megjegyezni, hogy a 12. b) ábrán minden  $\eta$ -érték egy ponthalmazt alkot, tehát a ferde acélbetétek hatékonysági tényezőjének számításba vétele helyesen írja le e "különleges" vasbeton tartomány teherbírását.

Egy jellegzetességre fel kell hívni a figyelmet: a ponthalmazok mindkét ábrán a vasszázalék növekedésével csökkenő  $\eta$ -értékeket mutatnak. Ez az a jelenség, amit a 30. tézisben említettünk: minél nagyobb a vasmennyiség, általában annál nagyobb átmérőjű acélbetétet alkalmaznak. Egy bizonyos mechanikai vasszázalék (azaz relatív nyomott öv magasság) felett a repedéshossz és a nyomott öv nem "összeférhetőek" többé, a nyomott öv és ezzel együtt a szerkezeti elem teherbírása kimerül. És ez az érték elgondolkoztatóan alacsony, 0,2 körüli!

## 5. PRIZMATIKUS RUDAK TISZTA CSAVARÁSA

Leonhardt és Schelling (1974) alapvető jelentőségű csavarási kísérleteiket a rácsostartó modellel kiértékelve azt tapasztalták, hogy a mért csavaró-törőnyomatékok mindig a csak a hosszillette csak a kengyelvasalásból számított értékek közé estek. A mértani középértékek alapján történő kiértékelés sem adott



13. ábra: Leonhardt (1974) csavarási kísérleteinek kiértékelése a) Leonhardt, b) Windisch szerint

jobb eredményt (13. ábra). Különösen kitűntek a B1, B5 és B6 próbatestekkel kapott eredmények. Azonos vasalást alkalmaztak a B1 próbatestben hossz- és keresztirányban, míg a B5 és B6 próbatestekbe 45°-os ferdeséggel beépítve.

Miután a majdnem tiszta csavarásra igénybevett prizmatikus próbatestek repedései a vasalási elrendezéstől függetlenül, a trajektóirányoknak megfelelően mindig azonos ferdeséggel léptek fel, és a törés bekövetkeztéig irányukat nem változtatták, a kiértékelésünkben a ferde acélbetétek  $\psi$  hatékonysági tényezőjét egyszerű számításba venni. A 13.b) ábrában a mért csavarási törőnyomatékokat a hatékony mechanikai vasszálalék

$$\omega_{ef} = \sum \psi_{ai} \cdot \mu_i \cdot \cos^2 \alpha_i \cdot f_{syi} / f_c'$$

függvényében ábrázoltuk. Kiemelendő, hogy a ferde vasalású B5 és B6 próbatesteken mért törőnyomatékokat jellemző pontok is mennyire jól illeszkednek a ponthalmazra illeszthető egyenesre. A 13. a) és b) ábrák összehasonlítása igazolja a ferde acélbetétek hatékonysági tényezőjének helyességét és könnyű alkalmazhatóságát.

## 6. ÖSSZEFOGLALÁS

A szerkezeti beton elemek méretezésének új módszerét mutatjuk be.

- A hajlítási és nyírási méretezést azonos modellen hajtjuk végre.
- A szerkezeti beton elemek egy diszkrét, jellegzetes keresztmetszet mentén mennek tönkre.
- A „D-régiók” lehetséges kritikus jellegzetes keresztmetszeteinek elhelyezkedése és formája egyértelműen megadható.
- A nyírási ellenállásban az adaléksúrlódásnak nincs szerepe.
- A nyírási teherbírásban a „beton-rész” a beton nyomott zóna feszültségeinek „nyíró” komponense.
- A méretezésnél számításba kell venni a ferde acélbetétek hatékonysági tényezőjét.

A méretezési modell helyességét és gyakorlatbani alkalmazhatóságát három példán mutattuk meg.

## 7. ALKALMAZOTT JELÖLÉSEK

- $A_b$  beton keresztmetszet területe, mm<sup>2</sup>
- $A_k$  a Bredt-féle nyírófolyam által körülzárt felület, mm<sup>2</sup>
- $A_{\alpha}$   $\alpha$  hajlásszögű acélbetét keresztmetszeti területe, mm<sup>2</sup>
- $A_{sh}$  vízszintes acélbetét keresztmetszeti területe, mm<sup>2</sup>
- $A_{ss}$  ferde acélbetét keresztmetszeti területe, mm<sup>2</sup>
- $A_{sv}$  függőleges acélbetét keresztmetszeti területe, mm<sup>2</sup>
- $N, N_I$  keresztmetszetben ható normálerő, kN
- $M_{II}$  a II jelű jellegzetes keresztmetszetben számításba veendő hajlítónyomaték, kNm
- $M_{test}$  mért törőnyomaték
- $M_{calc}$  számított törőnyomaték
- $b, h$  keresztmetszet szélessége, magassága, mm
- $d_p, d$  kiharapott tartóvég keresztmetszet magasságai, mm
- $f_c'$  betonhenger nyomószilárdsága
- $f_{sy}$  acélbetét folyási határa, N/mm<sup>2</sup>
- $u_k$  a Bredt-féle nyírófolyam kerülete, mm
- $z$  belső erő karja, mm
- $\alpha$  acélbetét hajlásszöge, °
- $\beta$  ferde acélbetét hajlásszöge, °
- $\eta$  mért- és számított törőnyomaték aránya
- $\xi$  beton nyomott öv relatív magassága
- $\sigma_{s0}$  acélbetét szilárdságának méretezési értéke, N/mm<sup>2</sup>
- $\mu$  geometriai vasszálalék
- $\sigma_R$  a gerenda keretsarokhoz csatlakozó keresztmetszetben a belső sarokpontban fellépő feszültség rugalmas állapotban, N/mm<sup>2</sup>
- $\sigma_S$  az oszlop keretsarokhoz csatlakozó keresztmetszetben a belső sarokpontban fellépő feszültség rugalmas állapotban, N/mm<sup>2</sup>
- $\omega$  mechanikai vasszálalék
- $\psi, \psi_\alpha$  a ferde vasalás hatékonysági tényezője,  $\alpha$  hajlásszögű acélbetét hatékonysági tényezője

## 8. HIVATKOZÁSOK

- DIN 1045 „Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung“, Ausgabe Juli 1988.
- Gvozdev, A.A., Lessig, N.N., Rulle, L.K. (1968), “Research on Reinforced Concrete Beams under Combined Bending and Torsion in the Soviet

- Union”, *American Concrete Institute, Special Publication SP18-11* “Torsion of structural concrete” 1968, pp. 307-336.
- Bogdándy B., Hegedűs I. (2014) „A nyomott öv nyírási teherbírása és az Eurocode szerinti nyírási ellenállás kapcsolata”, *VASBETONÉPÍTÉS*, 2014/3, pp. 62-67.
- Leonhardt F., Schelling, G. (1974), „Torsionsversuche an Stahlbetonbalken“, Heft 239, *Dt. Ausschuss f. Stahlbeton*, Berlin, Ernst und Sohn,
- Leonhardt F., Walther, R. (1962), „Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung“, Heft 151, *Dt. Ausschuss f. Stahlbeton*, Berlin, Ernst und Sohn, 1962
- MC2010 (2013) “*fib* Model Code for Concrete Structures 2010”, *Ernst und Sohn, Wiley*, ISBN 978-3-433-03061-5
- Nilsson, I. H. E., (1973), “Reinforced Concrete Corners and Joints Subjected to Bending Moment”, D7. National Swedish Building Research, 1973, p. 249.
- Schlaich, J., Schäfer, K. (1984), „Konstruieren im Stahlbetonbau“, *Beton-Kalender Teil II (73)* 1984, pp. 787-1005. Berlin, Ernst und Sohn, 1984
- Steinle, A., Rostásy, P. (1975), “Zum Tragverhalten ausgeklinkter Trägerenden”, *Betonwerk + Fertigteiltechnik* 41 (1975), H. 6, pp. 270-277, H. 7, pp. 337-341.
- Völgyi I., Windisch A. (2014), „Resistance of reinforced concrete members with hollow circular cross-section under combined bending and shear – Part II: New calculation model”, *Structural Concrete*, Vol 15/1, January 2014, pp. 21-29. <https://doi.org/10.1002/suco.201200036>
- Windisch, A. (1988), „Das Modell der charakteristischen Bruchquerschnitte – Ein Beitrag zur Bemessung der Sonderbereiche von Stahlbetontragwerken“, *Beton- und Stahlbetonbau* Vol. 83, 1988, H. 9, pp. 251-255., H. 10, pp. 271-274. Ernst & Sohn
- Windisch, A. (1994), „Zur Bemessung von Rahmenendknoten“, *Beton- und Stahlbetonbau* Vol. 89, 1994, H. 11, pp. 294-303., H. 12, pp. 340-343, Ernst & Sohn
- Windisch, A. (2000), “On the design of two-way reinforcements in R/C.”, *Studi e Ricerche Scuola die Specializzazione in Costruzioni in Cemento Armato*, Fratelli Pesenti, Vol. 21, Italcementi Bergamo 2000, pp. 283-302.
- Windisch, A. (2000), “Towards a consistent design model for punching shear capacity”, International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs – *Proceedings TRITA-BKN*. Bulletin 57, 2000, pp. 293-302
- Windisch, A. (2002), “Reinforcement pattern of reinforced concrete members in pure torsion”, *Befestigungstechnik, Bewehrungstechnik und ...*, *Festschrift Eligehausen, ibidem-Verlag*, Stuttgart, 2002, pp. 293-302.
- Windisch, A. (2016) “Unified dimensioning for bending and shear”, *Concrete Structures* 2016, pp. 2-7.
- Windisch, A. (2016) “Crack control: an advanced calculation model – Part I: Review of classic tests”, *Concrete Structures* 2016, pp. 41-47.
- Windisch, A. (2017) “Crack control: an advanced calculation model – Part II: The model”, *Concrete Structures* 2017, pp. 2-9.

**Windisch Andor** (1942) PhD, címzetes egyetemi tanár, a Dywidag-Systems International, München, Német Szövetségi Köztársaság, cég műszaki igazgatójaként ment nyugdíjba. Szerkezetépítő mérnöki diplomáját és műszaki doktori címét a BME-n szerezte, ahol 18 évig működött oktatóként a Vasbetonszerkezetek Tanszéken, ahol jelenleg címzetes egyetemi tanár. 1970 óta aktív tagja számtalan nemzeti és nemzetközi tudományos szervezet különböző munkabizottságainak (FIP, CEB, *fib*). Több, mint 170 tudományos dolgozat, könyvrészlet, Bulletin szerzője, társszerzője.

## UNIFIED DIMENSIONING OF STRUCTURAL CONCRETE (SC) MEMBERS

### Andor Windisch

Structural concrete has four components: concrete, reinforcement, cracks, bond. The dimensioning model must be able to fulfil equilibrium, compatibility and kinematic equations by taking into account the real material laws. The structural elements are modelled as cracked continuums, not as trusses or system of stress fields. Failure usually occurs along a critical cross-section, consisting of a bending-shear crack and a sliding surface through the concrete compression zone. Concrete stresses should also be checked between the discrete, non-turning shear cracks. Dimensioning for bending, shear and torsion must be done uniformly on the same model. “Shear” and “Torsion” are the “results” of our insistence to the global rectangular coordinate system. Structural concrete does not know them. Concrete fails at principal stresses and principal deformations. It will be shown that “shear” and “torsion” can be traced back to dimensioning with skew (inclined) reinforcement. Taking into account the efficiency factor of the skew rebars (rebars with non-trajectory direction), dimensioning can be performed on a uniform basis. Three examples illustrate the practical applicability of the method.